2014年　東大理系数学　第6問（すだれ法・ファクシミリ論法）

すだれ法（ファクシミリ論法）で解く

方針：s の場合分けをして、
その時の t の値域を求める。
（ Min $\leqq t \leqq$ Max ）

(※)に $q = p-3$ を代入して整理すると

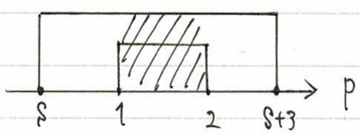
$$t = -\frac{2\sqrt{3}}{3}p^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}(s+3)p - \sqrt{3}s$$

$g(p)$ とおく

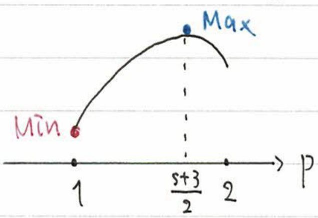
$$= -\frac{2\sqrt{3}}{3}\left(p - \frac{s+3}{2}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{6}s^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

以下、解の配置と同様の場合分け
詳しくはそちらを。

(i) $0 \leqq s \leqq 1$ の時、

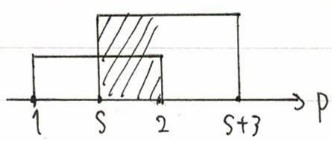


軸の位置は $\frac{3}{2} \leqq \frac{s+3}{2} \leqq 2$ なので、グラフは

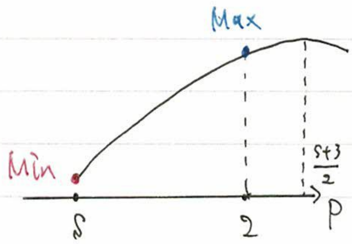


$$g(1) \leqq t \leqq g\left(\frac{s+3}{2}\right)$$

(ii) $1 \leqq s \leqq 2$ の時、



軸の位置は $2 \leqq \frac{s+3}{2} \leqq \frac{5}{2}$ なので、グラフは



$$g(s) \leqq t \leqq g(2)$$

また

$$g(1) = \cdots\cdots = -\frac{\sqrt{3}}{3}s + \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$g\left(\frac{s+3}{2}\right) = \cdots\cdots = \frac{\sqrt{3}}{6}s^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$g(s) = \cdots\cdots = \sqrt{3}s$$

$$g(2) = \cdots\cdots = \frac{\sqrt{3}}{3}s + \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

なので

$$\begin{cases} 0 \leqq s \leqq 1 \text{ の時、} & -\frac{\sqrt{3}}{3}s + \frac{4\sqrt{3}}{3} \leqq t \leqq \frac{\sqrt{3}}{6}s^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ 1 \leqq s \leqq 2 \text{ の時} & \sqrt{3}s \leqq t \leqq \frac{\sqrt{3}}{3}s + \frac{4\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

//

解の配置と全く同じ答え!!

(2)は略。